EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

Soit le nombre complexe $u=\frac{8}{\sqrt{2}}(1-i)$.

1°) Mettre u sous la forme exponentielle.

2°) Déterminer les racines cubiques de u.

3°) Placer les images des racines dans le plan complexe $(O,\vec{u},\vec{v})$.

EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

Soit $U=e^{i\theta}$ où θ est un réel de $]0,2\pi[$.

1°) Déterminer le nombre complexe z tel que : $\frac{z-i}{z+i}=U$.

2°) Déterminer les racines cinquièmes de l'unité.

3°) En déduire les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation (E) : $(z^2+1)^5-(z+i)^{10}=0$.

EXERCICE N°3 : 6 points 25 '

Soit l'équation (E) : $z^3-iz+i-1=0$.

1°) Vérifier que $-1-i$ est une solution de (E).

2°) Montrer que l'équation (E) admet une solution réelle que l'on déterminera.

3°) Montrer que l'équation (E) admet une solution imaginaire pure que l'on déterminera.

4°) Factoriser alors l'expression $z^3-iz+i-1$.

5°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^9-iz^3+i-1=0$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°3 : 6 points 25 '

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère l'équation :

$E_d : z^3 + (3 - d^2)z + 2i(1 + d^2) = 0$, où d est un nombre complexe donné de module 2.

1°) a) Vérifier que $2i$ est une solution de E_d.

b) Résoudre alors l'équation E_d.

2°) Dans un plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère les points A, B, M, N d'affixe respectives $2i$, $-i$, $-i + d$; $-i - d$.

a) Calculer MN et déterminer le milieu de $[MN]$.

b) En déduire que lorsque d varie, les points M et N appartiennent à un cercle fixe que l'on précisera

c) Dans le cas où AMN est un triangle, montrer que O est le centre de gravité du triangle AMN.

d) En déduire les valeurs de d pour lesquelles le triangle AMN est isocèle de sommet principale A.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com